

СВОРАЧИВАЕМСЯ В МАТЕМАТИЧЕСКИЙ КЛУБОЧЕК

Спираль Фибоначчи



К ото-дремота превращается в кото-математику, когда Ты-ковка сворачивается в своей привычной позе, похожей на спираль – в данном случае *спираль Фибоначчи* (или *Муррбоначчи*). Как вы уже догадались по названию, в этой спирали будет задействована последовательность Фибоначчи (см. главу «Коты Муррбоначчи»).

Чтобы построить эту спираль, начните с двух квадратов, имеющих общую сторону. При этом стороны квадратов равны 1:



Рис. А

В верхнем квадрате нарисуйте четверть окружности с радиусом, равным 1:



Рис. Б

Пририсуйте квадрат со стороной, длина которой равна 2:

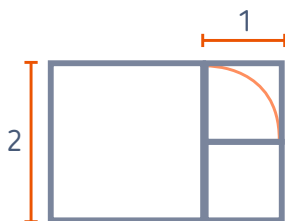


Рис. В

Теперь нарисуйте в этом квадрате четверть окружности с радиусом, равным 2:

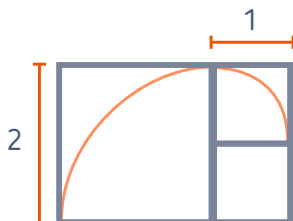
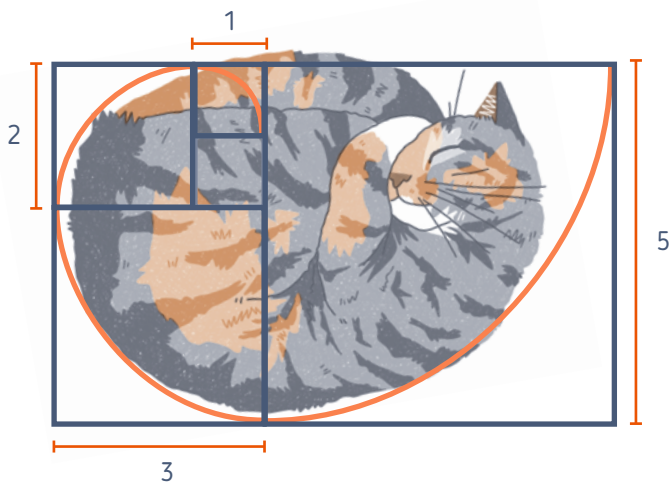


Рис. Г

Продолжая эту схему, мы добавим снизу квадрат со стороной, равной 3, затем справа – квадрат, сторона которого равна 5, и так далее. (Здесь мы видим последовательность Фибоначчи: 1, 1, 2, 3, 5, 8...) Вот какое изображение мы получим, когда остановимся на квадрате со стороной, равной 5:



Если у нас будет много времени и мы продолжим в том же духе (а продолжать можно до бесконечности), то в результате мы получим кривую, называемую спиралью Фибоначчи.

Что особенного в этой спирали помимо того, что у Тыковки она является любимой позой для сна? Данная спираль приближенно соответствует математическому объекту, известному как *золотая спираль*. Классическая спираль Фибоначчи от витка к витку растет дискретными шагами: четко переходит от радиуса, равного 1, к радиусу, равному 2, затем – от 2 к 3, и проходит через углы квадратов. Золотая же спираль растет *плавно и непрерывно* с коэффициентом, равным золотому сечению, которое обозначается греческой буквой ϕ (подробнее об этом см. главу «Объективно самый милый кот»). Если мы, находясь на некотором расстоянии от центра спирали, пройдем по ней четверть оборота (то есть 90 градусов), то расстояние от центра спирали увеличится в ϕ раз.

Золотая спираль – это пример *логарифмической спирали*. Такие спирали частенько встречаются в природе, и не только у Тыковки. Например, раковина головоногого моллюска наутилуса похожа на логарифмическую спираль. На самом деле таких природных объектов много... Так, траектория полета некоторых хищных птиц при приближении к добыче, нервы внутри роговицы наших глаз и даже спиральные галактики – все это логарифмические спирали.

Хотя форма подсолнухов и не является спиралью Фибоначчи, это еще одна демонстрация связи между спиралями и числами Фибоначчи. Когда вам доведется увидеть подсолнух, обратите внимание на узор, который выложен семечками. Это спирали, закрученные по часовой стрелке и в обратную сторону. Число спиралей в каж-

дом направлении всегда равно двум последовательным числам Фибоначчи.

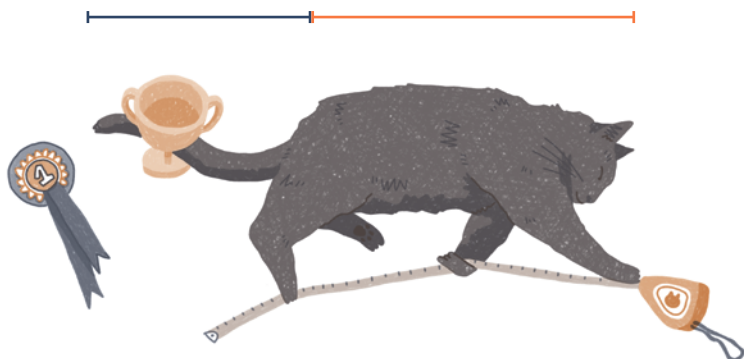
То же самое и с сосновыми шишками. И на поверхности ананасов можно насчитать три различных спиральных рисунка, и это всегда три последовательных числа Фибоначчи.

Так что кошка, свернувшаяся в клубочек, не просто очаровательная мурлыка – она демонстрирует нам удивительную связь между математикой и природой.

В спирали Фибоначчи четверть окружности увеличивается от радиуса, равного 1, к радиусу, равному 2 (со скоростью $\frac{2}{1}$), затем – от 2 к 3 (со скоростью $\frac{3}{2}$), затем от 3 к 5 (со скоростью $\frac{5}{3}$) и так далее. По сути, темпы роста можно представить как последовательность, полученную путем деления последовательных чисел Фибоначчи: $\frac{2}{1}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{3}$, $\frac{8}{5}$, $\frac{13}{8}$... Оказывается, эта последовательность сходится к числу ϕ , поэтому мы и говорим, что спираль Фибоначчи является подобием золотой спирали.

ОБЪЕКТИВНО САМЫЙ МИЛЫЙ КОТ

Золотое сечение



Все кошки милые... но существует ли формула, которая поможет нам точно определить, *на сколько* именно? Оказывается, чтобы ответить именно на этот вопрос, было проведено исследование с применением математической концепции *золотого сечения*. Так что же такое золотое сечение и какое отношение оно имеет к миловидности кошек?

Чтобы определить золотое сечение, начнем с отрезка, разделенного на два: A и B .



С помощью этих двух отрезков мы рассмотрим два отношения, которые, по сути, являются дробями. Первое – это отношение длинного отрезка к короткому, или A/B . Второе – отношение общей длины (целого) к длинному отрезку, или $(A + B)/A$. Существует множество значений A и B , при которых эти два отношения равны, и всякий раз, когда они равны, это отношение (общее) всегда приблизительно равно 1,618 (или, если быть точными, $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$). Это отношение называется золотым сечением и обозначается греческой буквой ϕ .

Посмотрите на нашего Батончика. Длина отрезка от его шеи до основания хвоста составляет 50 сантиметров, а длина хвоста – 31 сантиметр. Следовательно,

$$\frac{\text{Длинный}}{\text{Короткий}} = \frac{50}{31} \quad \text{и} \quad \frac{\text{Общее}}{\text{Длинный}} = \frac{81}{50}.$$

Сосчитаем: $50/31$ – это примерно 1,6129, а $81/50$ ровно 1,62. Мы видим, эти значения не равны. Так что отношение длины тела Батончика к длине его хвоста хоть и близко к золотому сечению, но все же им не является. Бедняжка Батончик!

Золотое сечение изучалось математиками под разными названиями на протяжении тысячелетий. Древние греки осознали важность этой величины благодаря ее неоднократному появлению в геометрии.

Древнегреческий математик Евклид (мы о нем вспоминали в главе «Погодите, а бывают тупые кошки?») называл эту величину *делением в крайнем и среднем отношении*. Только в 1835 году в книге немецкого математика Мартина Ома (1792–1872) она была названа «золотой».

Какое отношение все это имеет к измерению визуального совершенства Батончика? Представление о том, что золотое сечение связано с эстетической привлекательностью, существует очень давно. Быстрый поиск в интернете выдает утверждения, что золотое сечение намеренно использовалось при создании пирамид в Древнем Египте и Парфенона в Афинах, а также в рисунке «Витрувианский человек» и в портрете «Моны Лизы» Леонардо да Винчи.

Хотя приведенные выше тезисы оспариваются или опровергаются, это вовсе не значит, что золотое сечение никогда не использовалось в искусстве и архитектуре в эстетических целях. Например, известный любитель кошек Сальвадор Дали при написании картины «Тайная вечеря» использовал холст, длина сторон которого приблизительно соответствует золотому сечению, а система пропорций французского архитектора Ле Корбюзье, известная как Модулор, также была основана на золотом сечении. Однако эти способы были применены уже после того, как появилась легенда о золотом сечении в классическом искусстве и архитектуре.

Как бы то ни было, заявления о запредельной миловидности кошек никогда не подвергались сомнению, так что, если вы владелец золотого котика, не стесняйтесь поделиться этим фактом.



Исследователи сайта Cats.com измерили разных кошек вдоль и поперек, чтобы выяснить, какие породы наиболее близки к золотому сечению, и опубликовали результаты в статье *Beautiful Cats: The Golden Ratio Reveals the Most Beautiful Cat Breeds* («Красивые кошки: самые красивые породы в соответствии с золотым сечением»). Если вам интересно, первое место разделили три породы: норвежская лесная, русская голубая и мэнская.